

МЕТОДИКА ОЦІНКИ ЙМОВІРНОСТІ ВІДХИЛЕННЯ ЛІТАКА ПРИ БАГАТОАЛЬТЕРНАТИВНІЙ КЛАСИФІКАЦІЇ СИТУАЦІЙ ПОВІТРЯНОГО РУХУ

Інститут інформаційно-діагностичних систем
Національного авіаційного університету

Наведено основні залежності для обчислення ймовірності відхилення повітряного корабля (ПК) від заданого ешелону польоту до певної зони простору. Розроблено алгоритм обчислення ймовірності. Також наведені результати оцінки ймовірностей для різних регіонів планети.

Вступ

На нормальний хід польоту ПК впливає велика кількість факторів, дію яких спрогнозувати та попередити досить проблематично, оскільки більшість з них має ймовірнісний характер. Крім того, навігаційному обладнанню притаманні похибки вимірювання. Дія усіх цих факторів призводить до значних відхилень ПК, що можуть спровокувати небезпечне зближення літаків при виконанні польотів у завантаженому просторі.

Одним з найголовніших навігаційних параметрів польоту ПК є висота, вимірювання якої на борту виконується за допомогою барометричного висотоміра. Абсолютна висота вимірюється з досить значною похибкою, величина якої знижує

заданий рівень безпеки польотів в умовах постійного зростання завантаженості повітряного простору.

Одним з перспективних підходів до контролю за дотриманням висоти заданого ешелону польоту є багатозоновий поділ простору. Повітряний простір навколо заданої висоти польоту (H_{FL}) розбивається на зони, за якими оцінюється величина відхилення при потраплянні ПК до певної зони (рис.1). За кожною зоною закріплюється відповідний клас повітряної ситуації.

Визначення зони, у якій знаходиться ПК, відбувається за допомогою багатоальтернативної класифікації [1] на основі статистичної обробки ряду вимірювань висоти польоту.

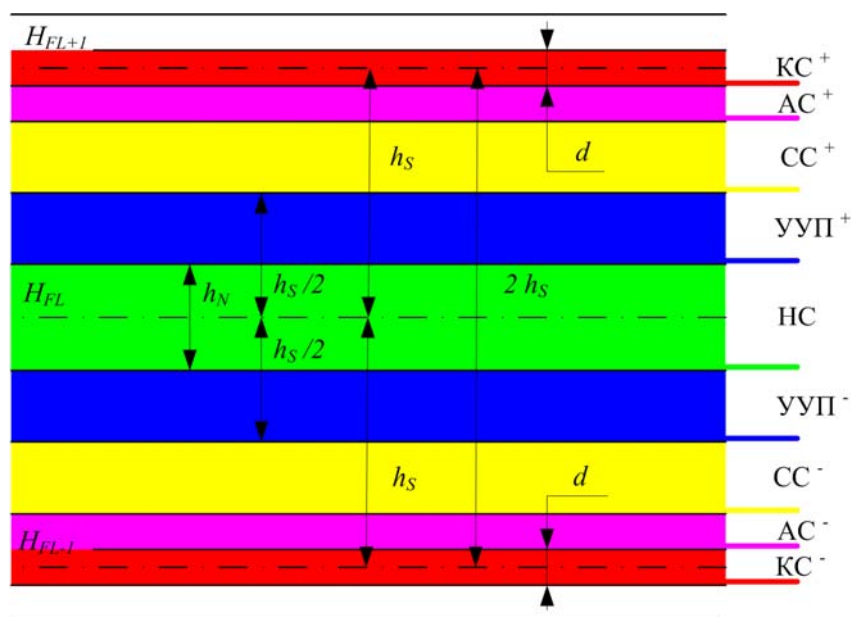


Рис. 1. Дев'ятикласова класифікація відхилень ПК від заданого ешелону польоту

Будова класів повітряного стану

Оскільки реально відхилення ПК вниз чи вгору не є рівноймовірнісними подіями, доцільно застосовувати дев'яти-класову модель врахування відхилень ПК від заданого ешелону польоту (рис. 1).

Запишемо класи ситуацій у порядку зменшення ймовірності їх появи :

- нормальна ситуація (НС);
- ситуація ускладнення умов польоту, що виникла в результаті відхилення ПК вниз (УУП⁻);
- ситуація ускладнення умов польоту, що виникла внаслідок відхилення ПК вгору (УУП⁺);
- складна ситуація, що виникла в результаті відхилення ПК вниз (СС⁻);
- складна ситуація, що виникла внаслідок відхилення ПК вгору (СС⁺);
- аварійна ситуація знизу (АС⁻);
- аварійна ситуація зверху (АС⁺);
- катастрофічна ситуація знизу (КС⁻);
- катастрофічна ситуація зверху (КС⁺).

НС відповідає величина відхилення, що знаходиться у межах ширини ешелону польоту (h_N). Якщо відхилення виходить за рамки НС та знаходиться у межах до середини міжешелонного простору ($h_S/2$) тоді має місце УУП. Перехід ПК за середину міжешелонного простору говорить про початок СС. Потрапляння ПК до меж сусіднього ешелону польоту свідчить про АС. Перетин висоти сусіднього ешелону польоту у межах геометричного діаметру ПК (d) призводить до КС.

Для розпізнавання класу наявної повітряної ситуації доречно застосовувати критерій Баєса [1,2], що враховує ймовірності відхилення ПК до певного класу.

Апріорні ймовірності класів повітряних ситуацій

Ймовірність того, що ПК відхилиться від заданої траєкторії руху на величину, характерну одному з дев'яти класів повітряної ситуації, може бути обчислена як площа фігури S_k (рис. 2), де $k = \overline{1,9}$, що

знаходиться під кривою щільності ймовірності відхилення і обмежена висотним інтервалом для конкретного класу ситуації.

Характер кривої, що описує щільність ймовірності відхилення ПК отримати досить складно, проте міжнародна організація цивільної авіації провела спеціальні статистичні дослідження [4] у різних регіонах планети, за результатами яких було запропоновано використовувати подвійний розподіл Лапласа (двосторонній) [5]:

$$f(H) = \frac{(1-\alpha)}{2a_1b_1\Gamma(b_1)} \exp\left(-\left|\frac{H-\mu}{a_1}\right|^{1/b_1}\right) + \frac{\alpha}{2a_2b_2\Gamma(b_2)} \exp\left(-\left|\frac{H-\mu}{a_2}\right|^{1/b_2}\right), \quad (1)$$

де $\alpha \in (0, 1)$ - параметр суміші, що відповідає за внесок кожної з частин щільності розподілу,

a_1, a_2 - додатні параметри масштабу,

b_1, b_2 - додатні параметри форми,

μ - математичне сподівання,

$\Gamma(b) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{b-1} dt$ - ейлерева гамма-функція.

Приблизні параметри цієї щільності розподілу були отримані статистичним шляхом на основі багаторазових спостережень за відхиленнями ПК від заданої висоти польоту у деякому проміжку простору [4]. Для вимірювання величини відхилення було використано точний радіолокатор.

Тоді, у відповідності до наведеної схеми розподілу міжешелонного простору на зони (рис. 1), що відповідають класам повітряного стану, графічно представимо на рис. 2 апріорні ймовірності потрапляння ПК у відповідний клас через площі S_k , де:

- S_1 – нормальна ситуація;
- S_2, S_3 – ситуації ускладнення умов польоту;
- S_4, S_5 – складні ситуації;
- S_6, S_7 – аварійні ситуації;
- S_8, S_9 – катастрофічні ситуації.

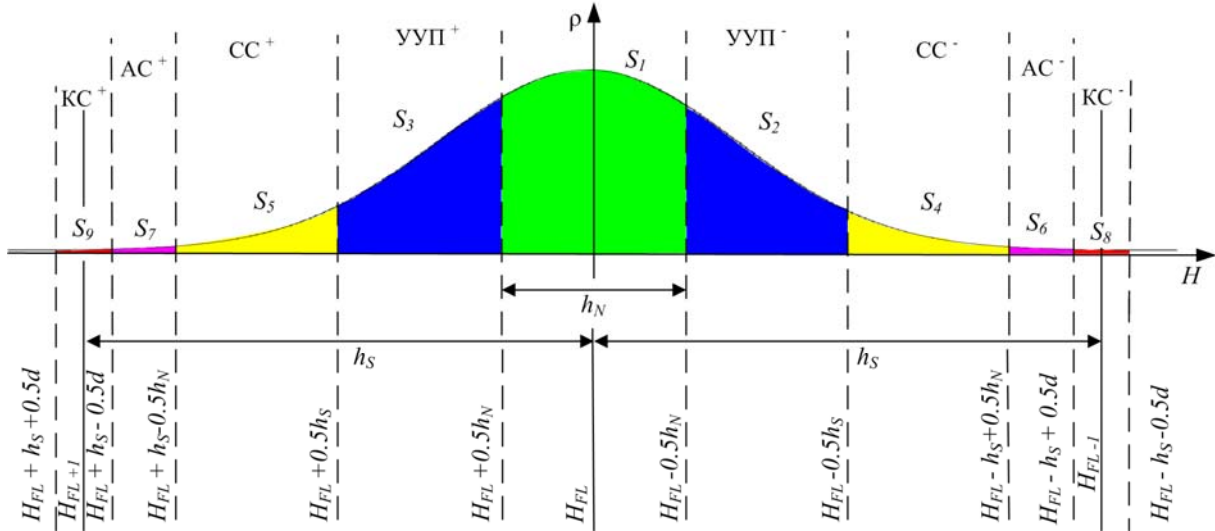


Рис. 2. Априорні ймовірності класів ситуацій

Ймовірність появи певного класу ситуації може бути визначена як:

$$p_k = p_k \{ \xi \in [n_k, m_k] \} = \int_{n_k}^{m_k} f(H) dH, \quad (2)$$

де n_k і m_k інтервал висоти, що відповідає одній з ситуацій, а $f(H)$ – функція щільності розподілу ймовірності відхилення ПК від заданого ешелону польоту.

Інтервали висоти від n_k до m_k , що відповідають кожній з ситуацій, наведені на рис. 2.

У випадку, коли відхилення ПК від заданого ешелону польоту описується щільністю подвійного розподілу Лапласа (1), знайдемо площу під кривою, що обмежується інтервалом $(0, H)$:

$$F(H) = \int_0^H f(H) dH, \\ F(H) = \frac{1-\alpha}{2a_1b_1\Gamma(b_1)} \int_0^H \exp\left(-\left|\frac{H-\mu}{a_1}\right|^{1/b_1}\right) dH + \\ + \frac{\alpha}{2a_2b_2\Gamma(b_2)} \int_0^H \exp\left(-\left|\frac{H-\mu}{a_2}\right|^{1/b_2}\right) dH \quad (3)$$

Введемо заміну

$$\left|\frac{H-\mu}{a_1}\right|^{1/b_1} = t_1, \\ \frac{H-\mu}{a_1} = t_1^{b_1}, \\ H = a_1 \cdot t_1^{b_1} + \mu.$$

Тоді

$$dH = a_1 \cdot b_1 \cdot t_1^{b_1-1} dt_1.$$

Аналогічно при

$$\left|\frac{H-\mu}{a_2}\right|^{1/b_2} = t_2,$$

маємо

$$dH = a_2 \cdot b_2 \cdot t_2^{b_2-1} dt_2.$$

Підставляючи отримані вирази у (3), матимемо при

$$s_1 = \left|\frac{\mu}{a_1}\right|^{1/b_1}, \quad s_2 = \left|\frac{\mu}{a_2}\right|^{1/b_2}, \\ F(H) = \frac{1-\alpha}{2} \left[T\left(b_1, \left|\frac{H-\mu}{a_1}\right|^{1/b_1}\right) - T\left(b_1, \left|\frac{\mu}{a_1}\right|^{1/b_1}\right) \right] + \\ + \frac{\alpha}{2\Gamma(b_2)} \left[T\left(b_2, \left|\frac{H-\mu}{a_2}\right|^{1/b_2}\right) - T\left(b_2, \left|\frac{\mu}{a_2}\right|^{1/b_2}\right) \right] \quad (4)$$

де $T(x, y) = \frac{1}{\Gamma(x)} \int_0^y e^{-t} \cdot t^{x-1} dt$ – неповна ейлерова гамма-функція.

Априорну ймовірність p_k (2) можна розписати у такий спосіб:

$$p_k = p_k \{ \xi \in [n_k, m_k] \} = \int_{n_k}^{m_k} f(H) dH, \\ p_k = F_\xi(m_k) - F_\xi(n_k), \quad k = \overline{1, 9}. \quad (5)$$

Підставляючи (4) у (5) і враховуючи, що $\mu = H_{FL}$, отримаємо вираз у загальному вигляді:

$$p_k = \frac{1-\alpha}{2} \cdot \left[\Gamma\left(b_1, \left| \frac{m_k - H_{FL}}{a_1} \right|^{1/b_1}\right) - \Gamma\left(b_1, \left| \frac{n_k - H_{FL}}{a_1} \right|^{1/b_1}\right) \right] + \frac{\alpha}{2} \cdot \left[\Gamma\left(b_2, \left| \frac{m_k - H_{FL}}{a_2} \right|^{1/b_2}\right) - \Gamma\left(b_2, \left| \frac{n_k - H_{FL}}{a_2} \right|^{1/b_2}\right) \right]. \quad (6)$$

Для випадку, якщо щільність розподілу ймовірності відхилення ПК від заданого ешелону польоту задається, для спрощення, у вигляді щільності нормального Гауссівського розподілу, апріорна ймовірність p_k (2) буде мати вигляд:

$$p_k = \Phi\left(\frac{m_k - H_{FL}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{n_k - H_{FL}}{\sigma}\right),$$

де $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt$ - функція Лапласа,

σ - дисперсія нормального закону.

Оскільки апріорні ймовірності класів повинні утворювати повну групу подій, тоді:

$$\sum_{k=1}^N p_k = 1.$$

Маємо:

$$p_k = \frac{p_k}{\sum_{k=1}^N p_k}.$$

Результати розрахунку

Алгоритм розрахунку апріорних ймовірностей класів повітряного стану представлена на рис. 3. Значення непов-

Таблиця. Апріорні ймовірності класів для різних законів розподілу

	Класи повіреного стану								
	КС ⁻	АС ⁻	СС ⁻	УУП ⁻	НС	УУП ⁺	СС ⁺	АС ⁺	КС ⁺
Японія	7,4 $\times 10^{-4}$	14,6 $\times 10^{-3}$	0,07	0,2	0,4	0,2	0,07	14,689 $\times 10^{-3}$	7,421 $\times 10^{-4}$
США	1,2146 $\times 10^{-5}$	3,1689 $\times 10^{-4}$	4,5545 $\times 10^{-3}$	6,6313 $\times 10^{-2}$	0,85761	6,6313 $\times 10^{-2}$	4,5545 $\times 10^{-3}$	3,1689 $\times 10^{-4}$	1,2146 $\times 10^{-5}$
Європа	4,3 $\times 10^{-4}$	9 $\times 10^{-3}$	0,056	0,2	0,5	0,16	0,04	6,3 $\times 10^{-3}$	3 $\times 10^{-4}$
Північна Атлантика	6,9367 $\times 10^{-5}$	1,6582 $\times 10^{-3}$	2,2202 $\times 10^{-2}$	0,1511	0,53558	0,2372	4,8039 $\times 10^{-2}$	3,8643 $\times 10^{-3}$	1,4308 $\times 10^{-4}$

ної Ейлерової гамма-функції може бути знайдено за таблицями, або розраховане за допомогою одного з методів чисельного інтегрування. На основі алгоритмічної схеми для розрахунку апріорних ймовірностей класів на мові програмування MathLab побудовано спеціальне програмне забезпечення.

Для розрахунку апріорних ймовірностей появи кожного з дев'яти класів ситуацій були використані параметри розподілу (1) розраховані за даними статистичних спостережень ІСАО для різних регіонів планети (Японії, США, Європи, Північної Атлантики) [4].

Причому для усіх країн параметр $b_2=1$, а для Японії та північної Атлантики $b_1=0,5$. У такому випадку вираз (2) буде мати вигляд суми нормального та подвійного експонентаційного законів:

$$f(H) = \frac{1-\alpha}{a_1 \sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(H-\mu)^2}{a_1^2}\right] + \frac{\alpha}{2a_2} \exp\left(-\left|\frac{H-\mu}{a_2}\right|\right),$$

оскільки $\Gamma(0.5) = \sqrt{\pi}$, $\Gamma(1) = 1$.

Неповна ейлерова гама-функція буде мати вигляд:

$$\Gamma(1, y) = y \exp(-y),$$

$$\Gamma(0.5, y) = \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{\pi}} \exp(-y).$$

Тоді обчислення виразу (6) значно спроститься.

Результати розрахунків апріорних ймовірностей класів наведені у таблиці.

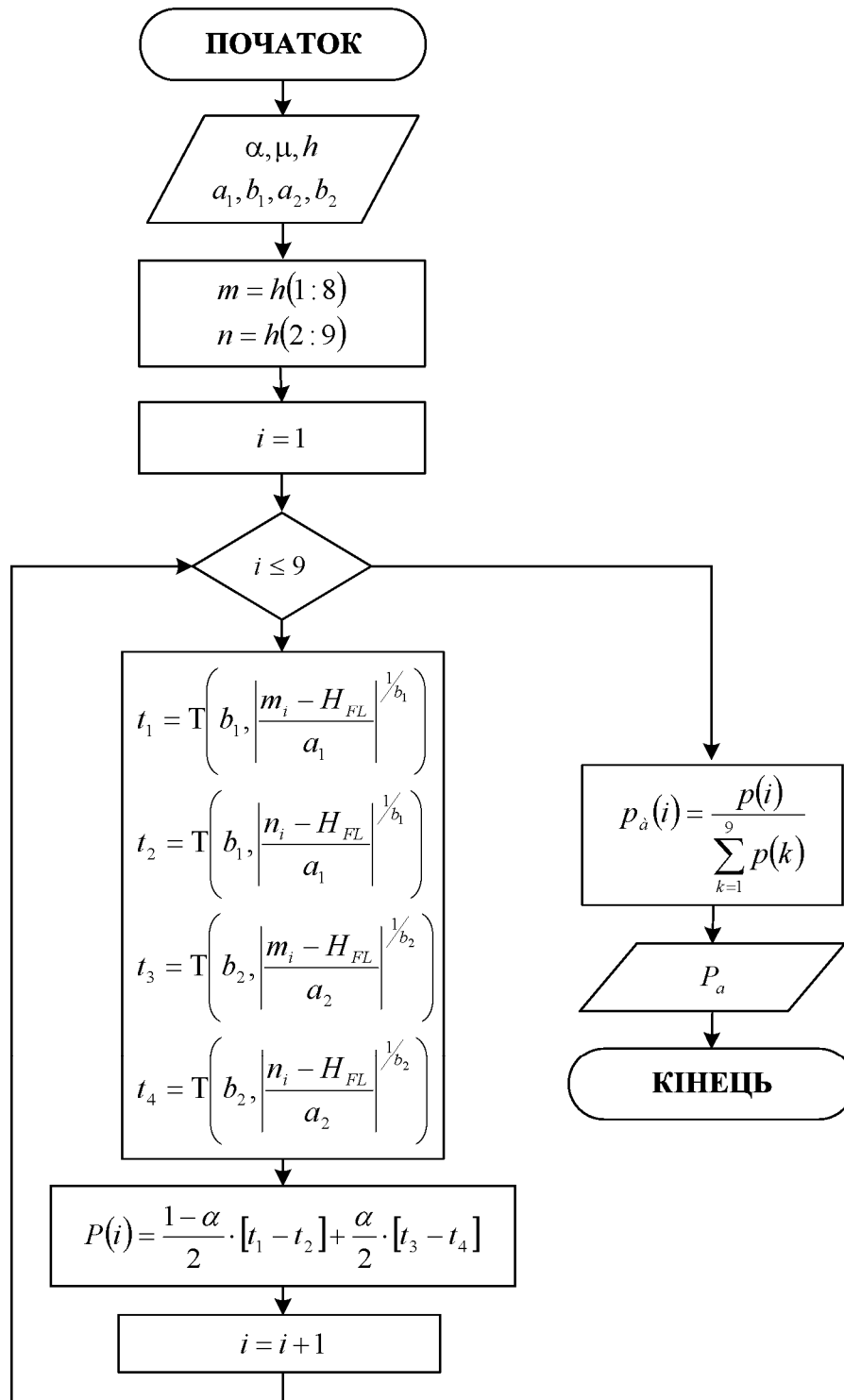


Рис. 3. Алгоритм-схема розрахунку апіорних ймовірностей класів повітряного стану

Висновки

Багатоальтернативний підхід до класифікації рівня відхилення ПК від заданої висоти польоту дозволяє контролювати відхилення та забезпечує підвищення рівня безпеки авіаперевезень. Величина апіорної ймовірності класу є необхід-

ною для процесу розпізнавання. Виведена залежність (6) для прямого розрахунку апіорної ймовірності класів дозволяє спростити програмування та прискорити розрахунок. На основі розробленого алгоритму побудовано спеціальне програмне забезпечення, за яким виконано розраху-

нок відповідних ймовірностей для різних регіонів планети.

Список літератури

1. Харченко В.П., Косенко Г.Г. Многоальтернативный последовательный метод в задачах ситуационного анализа воздушной обстановки // Моделирование радиоэлектронных систем и комплексов обеспечения полетов: Сб. научн. тр. – К.: КМУГА, 1996. – С. 3-10.

2. Остроумов И.В., Кукуш А.Г., Харченко В.П. Оценка вероятности правильного распознавания по правилу Байеса при неточно известной плотности распределения // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. – 2007. – Т. 50, № 11. – С. 60-68.

3. Остроумов И.В., Кукуш О.Г., Харченко В.П. Багатоальтернативна класифікація ситуацій повітряного стану у разі, коли щільності розподілу ймовірності відомі неточно // Вісник НАУ. – 2007. – Т. 31, № 1. – С. 73-77.

4. Международная организация гражданской авиации. Группа экспертов по рассмотрению общей концепции эшелонирования. Совещание (6; 1988). Doc 9536, RGCS/6 ТОМ 1. Доклад: Монреаль, 28 ноября - 15 декабря 1988г..Т. 1/ИКАО.-Монреаль,1988. – 270 с.

5. Горяинов В.Т., Журавлёв А.Г., Тихонов В.И. Статистическая радиотехника: Примеры и задачи. Учеб. Пособие для вузов / Под ред. В.И. Тихонова. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Сов. радио, 1980. – 544 с.